Министерство транспорта России

Дальневосточная государственная морская академия
имени адмирала Г.И. Невельского

Кафедра судовождения

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КООРДИНАТ МЕСТА СУДНА ПРИ ИЗБЫТОЧНОМ ЧИСЛЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания к выполнению курсовой работы
по дисциплине «Математические основы судовождения»
Специальность 24.02.01

Составили Д.Н. Рубинштейн
А.Л. Оловянников

Владивосток
1999

Позиция № 3
в плане издания
учебной литературы
ДВГМА на 1998 г.

Рецензент А.П.Домбинский

Составили Даниэль Наумович Рубинштейн
Аркадий Львович Оловянников

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КООРДИНАТ МЕСТА СУДНА
ПРИ ИЗБЫТОЧНОМ ЧИСЛЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания

Редактор – О.А. Зубкова
Компьютерная верстка и графика – С.В. Коркишко

0,6 уч.-изд. л. Формат $60\times84^{1}/_{16}$
Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано в типографии ДВГМА им. адм. Г.И. Невельского
Владивосток, 59, ул. Верхнепортовая, 50а

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные разделы курсовой работы, их содержание........................................ 4
Порядок решения задачи в курсовой работе по МОС
*Аналитическое решение* ............................................................................. 5
Графоаналитическое решение........................................................................ 8
Перечень вопросов для подготовки к защите курсовой работы ..................... 10

## Основные разделы курсовой работы, их содержание

*Первый раздел* курсовой работы «Теоретические аспекты метода линий положения. Составление уравнений линий положения» содержит следующие вопросы:

– составление уравнения линии положения;

– соотношение между изолинией и линией положения, основные допущения при составлении уравнения линии положения.

Основная литература по разделу

1. Кожухов В.П., Григорьев В.В., Лукин С.М. Математические основы судовождения: Учеб. для вузов, 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1987. – 208 с.
2. Рубинштейн Д.Н. Метод наименьших квадратов в задаче определения места судна. Методические указания к разделам 6.9 и 6.10 программы по дисциплине «Математические основы специальности» специальность 24.02.01. Владивосток, ДВГМА, 1977. – 19 с., пункт 1.

*Второй раздел* курсовой работы «Теоретические аспекты метода наименьших квадратов» содержит следующие вопросы:

– необходимость избыточных измерений для определения места судна;

– получение фигуры погрешностей, уравнения поправок (невязок);

– составление и решение нормальных уравнений;

– учет весов измерений при неравноточных измерениях.

ЛИТЕРАТУРА: [1], стр. 162 – 168, 169, 170, 177. [2], 19 с., пункты 2, 3, 4.

*Третий раздел* курсовой работы «Оценка точности обсервации, полученной по методу наименьших квадратов» содержит анализ точности полученных поправок к счислимым координатам, методы расчета величин полуосей среднего квадратического эллипса, их направлений, а также радиальной средней квадратической погрешности обсервации.

ЛИТЕРАТУРА: [1], стр. 181. [2], 19 с., пункт 5.

*Четвертый раздел* включает в себя аналитическое решение задачи получения вероятнейшего места при избыточных (в данном случае четырех) линиях положения. Порядок решения изложен в данных методических указаниях (раздел «аналитическое решение»).

 

*Пятый раздел* курсовой работы посвящен графоаналитическому решению задачи определения координат вероятнейшего места судна при получении фигуры погрешностей. Оценку точности вероятнейшего места при графоаналитическом решении необходимо выполнить методом эквивалентных линий положения (разд. 6 методических указаний «Метод наименьших квадратов в задаче определения места судна»).

## Порядок решения задачи в курсовой работе по МОС

*Аналитическое решение*

1. Расчет счислимых координат на момент измерения пеленгов и расстояний по формулам

$$\varphi_{\text{с}} = \varphi_{\text{зад}} + S\cos ИК; \qquad \lambda_{\text{с}} = \lambda_{\text{зад}} + S\sin ИК \cdot \sec\varphi_{\text{с}}.$$

2. По счислимым координатам $\varphi_{\text{с}}$, $\lambda_{\text{с}}$ и координатам ориентиров рассчитать счислимый пеленг $ИП_{\text{с}}$ и счислимое расстояние по формулам для обоих ориентиров.

$$\operatorname{tg} П_{\text{с}} = \left| \frac{(\lambda_{\text{ор}} - \lambda_{\text{с}})'}{МЧ_{\text{ор}} - МЧ_{\text{с}}} \right|; \qquad D_{\text{с}} = \frac{(\varphi_{\text{ор}} - \varphi_{\text{с}})'}{\cos П_{\text{с}}}.$$

*Правило четверти пеленга:*

а) $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ положительные $ИП_{\text{с}}$ в 1-й четверти;
б) $\Delta\varphi$ отрицательная, $\Delta\lambda$ положительная $ИП_{\text{с}} = 180° - П_{\text{С}}$;
в) $\Delta\varphi$ отрицательная, $\Delta\lambda$ отрицательная $ИП_{\text{с}} = 180° + П_{\text{с}}$;
г) $\Delta\varphi$ положительная, $\Delta\lambda$ отрицательная $ИП_{\text{с}} = 360° - П_{\text{с}}$.

3. Рассчитать для каждого ориентира
$\Delta П = ИП_{\text{о}} - ИП_{\text{с}}$;
$\Delta D = D_{\text{о}} - D_{\text{с}}$.

4. Принять градиенты расстояний $g_{D_1} = g_{D_2} = 1\left[\frac{\text{миль}}{\text{миля}}\right]$

и рассчитать

$$g_{ИП_1} = \frac{57{,}3}{D_1}\left[\frac{\text{град}}{\text{миля}}\right]; \qquad g_{ИП_2} = \frac{57{,}3}{D_2}\left[\frac{\text{град}}{\text{миля}}\right].$$

5. Рассчитать направления градиентов:
а) расстояний: $\tau_{D1} = ИП_1 \pm 180°$;
$\tau_{D2} = ИП_2 \pm 180°$.
б) истинных пеленгов:
$\tau_{ИП1} = ИП_1 - 90°$;
$\tau_{ИП2} = ИП_2 - 90°$.

 

6. Составить 4 уравнения линий положения:

а) для пеленгов:

$$\cos\tau_1 \cdot \Delta\varphi + \sin\tau_1 \cdot \Delta W = \frac{ИП_{о_1} - ИП_{с_1}}{g_1};$$

$$\cos\tau_2 \cdot \Delta\varphi + \sin\tau_2 \cdot \Delta W = \frac{ИП_{о_2} - ИП_{с_2}}{g_2};$$

б) для расстояний:

$$\cos\tau_3 \cdot \Delta\varphi + \sin\tau_3 \cdot \Delta W = D_{о_1} - D_{с_1};$$

$$\cos\tau_4 \cdot \Delta\varphi + \sin\tau_4 \cdot \Delta W = D_{о_2} - D_{с_2};$$

7. Обозначить $\cos\tau_i = a_i$; $\sin\tau_i = b_i$; $ИП_{оi} - ИП_{сi} = l_i$ ($i = 1,2$);

$$D_{\mathbf{о}j} - D_{\mathbf{с}j} = \boldsymbol{l_j}\ (j = 1,2).$$

Получили систему уравнений линий положения:

$a_1\Delta\varphi + b_1\Delta W = l_1$;
$a_2\Delta\varphi + b_2\Delta W = l_2$;
$a_3\Delta\varphi + b_3\Delta W = l_3$;
$a_4\Delta\varphi + b_4\Delta W = l_4$.

8. Рассчитать веса каждой линии положения:

$$p_i = \frac{g_i^2}{m_i^2},$$

где $m_i$ = средняя квадратическая погрешность $i$-го измерения.

9. Умножить каждое уравнение линии положения на $\sqrt{p_i}$. Получили систему уравнений:

$$\sqrt{p_1} \cdot a_1 \cdot \Delta\varphi + \sqrt{p_1} \cdot b_1 \cdot \Delta W = \sqrt{p_1} \cdot l_1;$$

$$\sqrt{p_2} \cdot a_2 \cdot \Delta\varphi + \sqrt{p_2} \cdot b_2 \cdot \Delta W = \sqrt{p_2} \cdot l_2;$$

$$\sqrt{p_3} \cdot a_3 \cdot \Delta\varphi + \sqrt{p_3} \cdot b_3 \cdot \Delta W = \sqrt{p_3} \cdot l_3;$$

$$\sqrt{p_4} \cdot a_4 \cdot \Delta\varphi + \sqrt{p_4} \cdot b_4 \cdot \Delta W = \sqrt{p_4} \cdot l_4.$$

10. Для решения системы уравнений по методу наименьших квадратов необходимо умножить каждое уравнение:

а) на коэффициент при первом неизвестном $\sqrt{p_i} \cdot a_i$ и сложить все уравнения. Получим 1-е нормальное уравнение в виде

$$\Delta\varphi \cdot \sum_{i=1}^{4} p_i a_i^2 + \Delta W \cdot \sum_{i=1}^{4} p_i a_i b_i = \sum_{i=1}^{4} p_i a_i l_i.$$

б) на коэффициент при втором неизвестном $\sqrt{p_i} \cdot b_i$. После сложения всех 4-х уравнений получим 2-е нормальное уравнение

$$\Delta\varphi \cdot \sum_{i=1}^{4} p_i a_i b_i + \Delta W \cdot \sum_{i=1}^{4} p_i b_i^2 = \sum_{i=1}^{4} p_i b_i l_i.$$

Множители при неизвестных – коэффициенты нормальных уравнений, правые части уравнений – свободные члены нормальных уравнений.

11. Обозначим: $A_1 = \sum_{i=1}^{4} p_i a_i^2$; $B_1 = A_2 = \sum_{i=1}^{4} p_i a_i b_i$; $B_2 = \sum_{i=1}^{4} p_i b_i^2$;

$L_1 = \sum_{i=1}^{4} p_i a_i l_i$; $L_2 = \sum_{i=1}^{4} p_i b_i l_i$.

Нормальные уравнения приняли вид

$$A_1\Delta\varphi + B_1\Delta W = L_1;$$
$$A_2\Delta\varphi + B_2\Delta W = L_2.$$

Контроль правильности получения нормальных уравнений:

а) $A_1$ и $B_2$ всегда положительны;
б) $B_1 = A_2$ во всех случаях.

12. Совместное решение нормальных уравнений даст следующий результат

$$\Delta\varphi = \frac{1}{D}(L_1 B_2 - L_2 B_1);$$

$$\Delta W = \frac{1}{D}(L_2 A_1 - L_1 A_2).$$

где $D = A_1 B_2 - A_2 B_1$.

Обсервованные координаты вычисляются по формулам:

$\varphi_о = \varphi_с + \Delta\varphi$;
$\lambda_о = \lambda_с + \Delta W \cdot \sec\varphi_о$.

13. Средние квадратические погрешности полученных поправок оцениваются по формулам:

$$m_{\Delta\varphi}^2 = \frac{B_2}{D}; \qquad m_{\Delta W}^2 = \frac{A_1}{D}.$$

14. Элементы среднего квадратического эллипса погрешностей также выражаются через коэффициенты нормальных уравнений и рассчитываются по следующим формулам:

$$a^2 = \frac{1}{2D}\left[A_1 + B_2 + \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + 4A_2^2}\right];$$

$$b^2 = \frac{1}{2D}\left[A_1 + B_2 - \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + 4A_2^2}\right];$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2A_2}{A_1 - B_2}.$$

Если $\gamma = \dfrac{\cos 2\alpha}{A_1 - B_2}$ величина положительная, то угол $\alpha$ определяет направление малой оси эллипса относительно меридиана.

Если $\gamma$ – величина отрицательная, то угол $\alpha$ определяет направление большой оси эллипса относительно меридиана.

Радиальная средняя квадратическая погрешность обсервации равна

$$M = \sqrt{\frac{A_1 + B_2}{D}}\ .$$

## Графоаналитическое решение

После расчета переносов линий положения $\Delta n_i = \dfrac{u_{o_i} - u_{c_i}}{g_i}$ ($i$ = 1, 2, 3, 4), величин и направлений градиентов каждой линии положения выполняют прокладку на чистом листе бумаги следующим образом:

1. Исходя из направлений градиентов наносят счислимое место $C$ и через него проводят отрезки меридиана и параллели.

2. По наибольшей величине переноса определяют масштаб изображения (1 миля – 1 сантиметр).

3. Относительно меридиана проводят направления градиентов $\tau_i$ ($i$ = 1, 2, 3, 4) и по ним откладывают величины переносов $\Delta n_i$ ($i$ = 1, 2, 3, 4) (рис. 1).

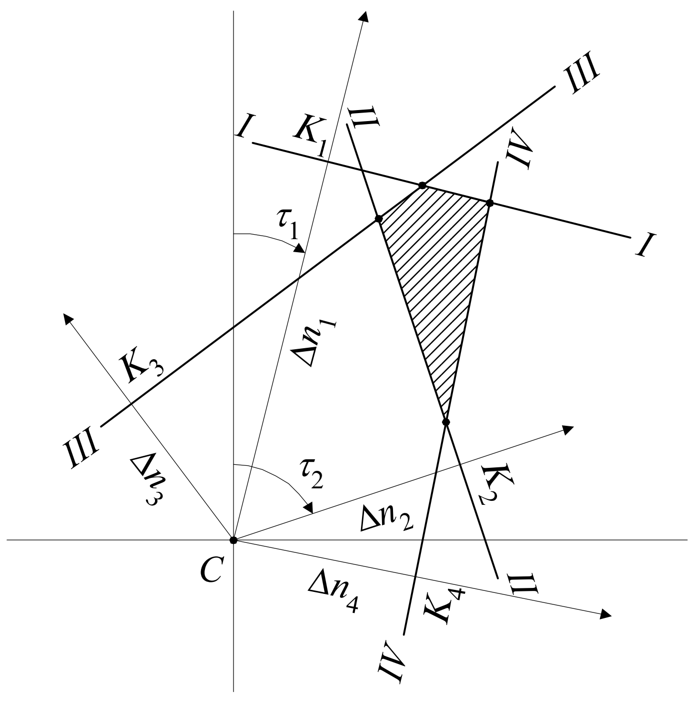


Рис. 1.

Если перенос имеет отрицательный знак, то его откладывают в сторону, обратную направлению $\tau$. Через определяющие точки $K_1$, $K_2$, $K_3$ и $K_4$ перпендикулярно переносам проводят линии положения, которые обозначают римскими цифрами *I – I*, *II – II*, *III – III*, *IV – IV*.

4. Обсервованное место судна находится внутри фигуры погрешностей при взаимонезависимых линиях положения. Для определения обсервованных координат рассчитывают поправки к счислимым координатам, полученные по ***i***-й и $j$-й линиям положения, т. е. $\Delta\varphi_{ij}$ и $\Delta W_{ij}$ – отстояния точки пересечения ***i***-й и $j$-й линии положения по меридиану и параллели от счислимого места (рис. 2).

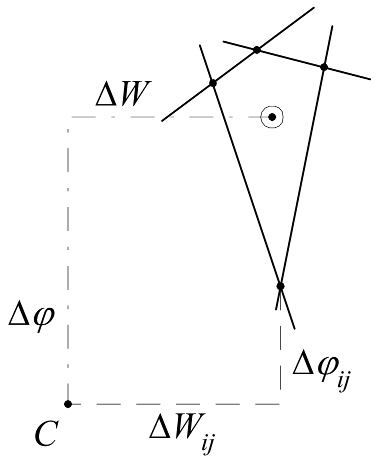


Рис. 2.

Вес точки пересечения двух линий положения

$$p_{ij} = p_{\text{лп}_i} \cdot p_{\text{лп}_j} \cdot \sin^2 \theta_{ij} ,$$

где $p_{\text{лп}} = \dfrac{g^2}{m_2}$; $m$ – средняя квадратическая погрешность измерения; $g$ – модуль градиента; $\theta_{ij}$ – угол пересечения линий положения.

5. После расчета весов всех точек пересечения линий положения получают поправки к счислимым координатам как среднее взвешенное значение всех точек

$$\Delta\varphi = \frac{\sum\limits_{i<j} p_{ij} \cdot \Delta\varphi_{ij}}{\sum p_{ij}}$$

$$\Delta W = \frac{\sum\limits_{i<j} p_{ij} \cdot \Delta W_{ij}}{\sum p_{ij}}$$

Таким образом, обсервованные координаты

$$\varphi_{\text{о}} = \varphi_{\text{с}} + \Delta\varphi; \qquad \lambda_{\text{о}} = \lambda_{\text{с}} + \Delta W \cdot \sec \varphi_{\text{о}} .$$

 

6. Радиальная среднеквадратическая погрешность обсервованного места

$$M_{\text{о}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{4} p_{\text{лп}_i}}{\sum p_{\text{лп}_i} \cdot p_{\text{лп}_j} \cdot \sin\theta_{ij}}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{4} p_{\text{лп}_i}}{\sum p_{ij}}}\,.$$

7. Продублировать расчеты обсервованных координат п. 5 графически, для чего с планшета снять элементарные приращения координат $\Delta\varphi$ и $\Delta W$, сравнить их с полученными по формулам.

## Перечень вопросов для подготовки к защите курсовой работы

1. Градиент навигационного параметра. Определение. Формула.
2. Градиент пеленга, расстояния.
3. Уравнение поправок (ошибок).
4. Уравнение линии положения.
5. Основное условие метода наименьших квадратов.
6. Получение нормальных уравнений по уравнениям линий положения.
7. Правило Крамера решения двух нормальных уравнений.
8. Вес измерения, вес линии положения.
9. Нормальные уравнения при неравноточных измерениях.
10. Графоаналитический прием получения вероятнейшего места при избыточных измерениях.
11. Построение квадратичного полигона (полигона весов линий положения), расчет полуосей эллипса, их направлений.
12. Расчет радиальной средней квадратической погрешности вероятнейшего места.

 